

MATEMATICA: Compiti delle vacanze – Estate 2014

Classe II^a

PRIMA PARTE

Ecco una raccolta degli esercizi sugli argomenti svolti quest'anno: risolvi sul tuo quaderno! Per algebra ho inserito anche una piccola parte di ripasso delle principali regole.

N.B.: Non spaventarti se gli esercizi ti sembrano troppi..... non sono tutti obbligatori, ma ti consiglio di farne finché non ti senti “padrone” di ogni singola “parte”!

Numeri relativi	2
Quattro operazioni con numeri interi.....	2
Potenze e proprietà delle potenze	2
Espressioni con frazioni	3
Espressioni con frazioni e potenze	3
Espressioni con frazioni e potenze ad esponente negativo.....	3
Algebra: i monomi	4
Un po' di ripasso	4
Espressioni con addizioni e sottrazioni di monomi	5
Espressioni con moltiplicazioni, addizioni e sottrazioni di monomi	6
Potenze di monomi	7
Espressioni con potenze di monomi	7
Divisione di monomi	8

Buone vacanze e arrivederci a settembre!

P.A. Bonaiti

Numeri relativi

Quattro operazioni con numeri interi

1. $+3 - 4 - (-1 - 6) + 4 + (-2 - 8) =$ [0]
2. $-13 + (-1 + 6) - (2 - 8) + 2 - 2 - (3 - 4) =$ [-1]
3. $-2 - 4 + (-1 + 6) + 4 + (2 - 8) - 2 + 2 + (3 - 4) =$ [-4]
4. $(+3) - (-10) - (+2) + (-4) + (-5) =$ [+2]
5. $-6 - [(-32) : (-8) + (-4) : (-2)] : (-2) =$ [-3]
6. $(+3) + (-6) + (-2) + (+4) + (-5) =$ [-6]
7. $(-5) + (-3) + (+5) + (+6) + (-3) =$ [0]
8. $(+2) + (-4) + (+5) - (-7) - (+2) =$ [+8]
9. $(+3) - (-6) + (-2) - (+4) + (-5) =$ [-2]
10. $(-18) - (+3) + (+7) - (+3) + (-15) - (-5) - (-35) =$ [+8]

Potenze e proprietà delle potenze

11. $5^3 : 5^2 + (-5)^3 : (-5)^2 - [-7 + (-2) - (-2)^3 - 5^0] : (-2) =$ [-1]
12. $[(-2)^2 + 1 - 2^2] \cdot 10 + [-5 \cdot (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^2] - 15 =$ [15]
13. $-(-2)^3 : (-2)^2 + (14 - 2^3 + 3 - 5) : (-2) + (-17 + 2^3 - 5) : [(-7)^2 : (-7)] =$ [2]
14. $[(-3) \cdot (-5) + (-2)^5 : (-2)^2] \cdot 3^2 + (3^3 \cdot 2^2) + [(-7)^2 : (-7) \cdot 3^2] =$ [108]
15. $-(-2)^6 : (-2)^4 + (-6)^2 : (-3)^2 + [(+2)^3 \cdot (-2)^3] : 2^3 =$ [-6]

Espressioni con frazioni

16. $-\left[\left(\frac{1}{3}-2\right) \cdot\left(\frac{5}{2}-\frac{7}{6}\right)-\left(1-\frac{4}{3}\right) \cdot\left(-1-\frac{1}{3}\right)\right]:\left(-\frac{16}{3}\right)$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$
17. $\left\{\left[-\frac{3}{2}-2:\left(-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)\right] \cdot\left(-\frac{2}{3}+2\right)-1\right\}:\left(-\frac{1}{6}\right)+3$ $\left[-\frac{45}{7}\right]$
18. $\left\{\left[-\frac{3}{2}-2:\left(-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)\right] \cdot\left(-\frac{2}{3}+2\right)-1\right\} \cdot\left(-\frac{1}{11}\right)+3$ $\left[\frac{20}{7}\right]$
19. $-\left(1-\frac{1}{9}\right)-\left[\frac{4}{7}-\frac{3}{14}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{8}{9}-\left[\frac{9}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\frac{6}{7}$ $\left[-\frac{2}{15}\right]$
20. $\frac{5}{4}-\left[\frac{4}{3}-\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{4}\right]-\left(2-\frac{7}{6}\right)$ $[-1]$

Espressioni con frazioni e potenze

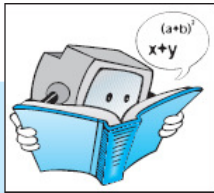
1. $-\frac{25}{3} \cdot\left(\frac{2}{5}-1\right)^2 \cdot\left(\frac{5}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{2}-1\right)^2$ $\left[-\frac{1}{12}\right]$
2. $\left[\left(-2+\frac{8}{9}\right) \div\left(-\frac{5}{3}\right)^2-\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot\left(-\frac{9}{2}\right)\right] \div\left[-\frac{1}{25}+\frac{3}{5}+\left(2-\frac{6}{5}\right)^2\right]$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
3. $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)^3+\left\{\left[\left(-4-\frac{4}{3}\right) \div\left(+\frac{16}{3}\right)+\frac{1}{5}\right]^2-\left(-\frac{1}{9}-1\right)\right\}^0 \cdot\left(\frac{1}{9}-\frac{7}{15}+\frac{1}{45}\right)^3-\frac{2}{3}$ $\left[-\frac{1}{6}\right]$
4. $-\frac{16}{9}-\left\{\left[\left(-\frac{8}{21}-1+\frac{5}{7}\right)^2+\left(\frac{19}{10}-\frac{7}{5}\right)^3-\frac{29}{72}\right] \div \frac{12}{3}\right\}:\left(-\frac{3}{2}\right)$ $\left[-\frac{7}{4}\right]$

Espressioni con frazioni e potenze ad esponente negativo

5. $2^2: 2^{-6} \cdot 2^5+2: 2^{-6}:(2^6 \cdot 2^2)+2^9 \cdot 2^{-10}$ $[5]$
6. $-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-5\right]^{-2}:\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ $\left[-\frac{13}{27}\right]$
7. $\left(3-\frac{10}{7}\right) \cdot\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}-\left(2-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot\left(\frac{3}{20}+\frac{6}{35}\right)\right]^{-1}:\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ $[1]$

Algebra: i monomi

Un po' di ripasso



Per ricordare

★ In un'espressione ci possono essere dei numeri il cui valore non è noto a priori; per esempio, $2(a+b)$ è l'espressione che rappresenta il perimetro di un rettangolo i cui lati hanno misura a e b . Esse si chiamano **espressioni algebriche** ed assumono un valore numerico particolare solo quando alle lettere che vi compaiono si assegnano numeri precisi.

★ A seconda della forma, un'espressione algebrica prende nomi particolari; i **monomi** sono quelle espressioni nelle quali non compaiono operazioni di addizione e di sottrazione; se poi gli esponenti delle lettere sono numeri naturali, allora il monomio si dice intero.

Di un monomio intero si definisce:

- il **grado complessivo** che è la somma dei gradi delle lettere che lo compongono
- il **grado rispetto ad una particolare lettera** che è il grado con cui quella lettera compare.

Per esempio, del monomio $\frac{1}{2}a^4b^2$ possiamo dire che: ha coefficiente $\frac{1}{2}$ e parte letterale a^4b^2 , ha grado complessivo 6, grado 4 rispetto alla lettera a , grado 2 rispetto alla lettera b , grado 0 rispetto a qualunque altra lettera che non compare.

Diciamo poi che due monomi sono:

- **simili** se hanno la stessa parte letterale: $+3a^2x$ $-7a^2x$
- **opposti** se sono simili ed hanno coefficienti numerici opposti: $-2ab^3$ $+2ab^3$

★ Con i monomi si possono eseguire le seguenti operazioni:

- **addizione e sottrazione** solo se i monomi sono simili; in questo caso si sommano o si sottraggono i coefficienti e si lascia inalterata la parte letterale:

$$3ax + 5ax = 8ax \qquad 2a^2y - \frac{1}{2}a^2y = \frac{3}{2}a^2y$$

Non si può eseguire la somma o la differenza di monomi che non sono simili.

- **moltiplicazione**, applicando le proprietà delle potenze e sommando gli esponenti delle lettere uguali:

$$(+5ax^2) \cdot (-3xy^3) = -15ax^3y^3 \qquad \left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}xy\right) = +\frac{2}{3}x^3y$$

- **divisione**, applicando le proprietà delle potenze e sottraendo gli esponenti delle lettere uguali:

$$\frac{2}{3}a^2b : \left(-\frac{1}{9}a\right) = -6ab$$

Occorre poi precisare che se il primo monomio (monomio dividendo) ha gli esponenti delle lettere che sono minori di quelli delle corrispondenti lettere del secondo monomio (monomio divisore), il quoziente non è un monomio intero:

$$5x^2y^3 : (-2axy^4) = -\frac{5}{2}a^{-1}xy^{-1}$$

Si dice allora che il primo monomio **non** è divisibile per il secondo.

- **elevamento a potenza**, applicando di nuovo le proprietà delle potenze e moltiplicando gli esponenti delle lettere per la potenza comune:

$$\left(+\frac{3}{2}a^2xy^3\right)^3 = \frac{27}{8}a^6x^3y^9$$

Espressioni con addizioni e sottrazioni di monomi

2 ESERCIZIO SVOLTO

$$-\frac{1}{3}a^2b - \left(\frac{1}{4}ab^2 + \frac{1}{6}ab^2\right) + \left(\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{3}a^2b\right) - \left(\frac{1}{4}ab^2 - 2ab^2\right)$$

Sommiamo i monomi simili all'interno di ciascuna parentesi:

$$-\frac{1}{3}a^2b - \left(+\frac{5}{12}ab^2\right) + \left(+\frac{5}{6}a^2b\right) - \left(-\frac{7}{4}ab^2\right)$$

Togliamo le parentesi:

$$-\frac{1}{3}a^2b - \frac{5}{12}ab^2 + \frac{5}{6}a^2b + \frac{7}{4}ab^2$$

Evidenziamo i monomi simili sottolineandoli allo stesso modo:

$$\underline{-\frac{1}{3}a^2b} - \underline{\frac{5}{12}ab^2} + \underline{\frac{5}{6}a^2b} + \underline{\frac{7}{4}ab^2}$$

Sommando otteniamo:

$$\frac{4}{3}ab^2 + \frac{1}{2}a^2b$$

$$\text{3 } xy - (-4x^2y^2) - (3x^2y^2 + 2x^2y^2) - (3x^2y^2 + x^2y^2) - (-xy) - x^2y^2 \quad [2xy - 6x^2y^2]$$

$$\text{4 } -\left(-\frac{5}{6}ab^2 - \frac{4}{5}ab^2 - \frac{2}{3}ab^2\right) - \left(\frac{1}{6}ab^2 - ab^2\right) - \left[\left(\frac{4}{5}ab^2 + \frac{9}{5}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2 - ab^2\right) + \left(\frac{1}{6}ab^2 - \frac{1}{5}ab^2 + \frac{1}{3}ab^2\right)\right] \quad [2ab^2]$$

$$\text{5 } \frac{1}{5}xy + \frac{2}{3}xy - \left(-\frac{1}{3}xy\right) - \left(\frac{1}{4}xy + 2xy\right) - \left[\frac{3}{10}xy - \left(\frac{1}{4}xy + 2xy\right) - \frac{1}{10}xy\right] - \frac{2}{3}xy \quad \left[\frac{1}{3}xy\right]$$

$$\text{6 } \frac{1}{4}ab^3 - \left(\frac{3}{14}b^2 + \frac{1}{14}b^2\right) - \left[ab^3 - \frac{1}{4}ab^3 + \left(ab^3 - \frac{2}{3}ab^3 + 3ab^3\right) - 2ab^3\right] - \frac{1}{7}b^2 \quad \left[-\frac{3}{7}b^2 - \frac{11}{6}ab^3\right]$$

$$\begin{aligned} 7 \quad & \frac{1}{4}a^2bc^3 - \left(-5abc - \frac{6}{5}abc\right) - \left(\frac{9}{4}a^2bc^3 + 2a^2bc^3\right) - \left[10abc - 2abc - \left(2abc - \frac{3}{5}abc\right)\right] - (-a^2bc^3) \\ & \left[-\frac{2}{5}abc - 3a^2bc^3\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad & \frac{3}{4}xz^2 - \left(\frac{4}{5}xz^2 - \frac{4}{3}xz^2\right) - \left(-\frac{1}{2}xyz\right) - \left(xz^2 + \frac{1}{4}xz^2\right) - \left[\frac{2}{3}xyz + \frac{2}{5}xyz - \left(\frac{1}{3}xyz - \frac{1}{2}xyz - \frac{1}{5}xyz\right)\right] + \\ & + \left(-\frac{2}{5}xyz\right) - \frac{8}{15}xyz \left[\frac{1}{30}xz^2\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 \quad & \left(\frac{6}{5}abc + abc - \frac{9}{5}abc\right) - \left(\frac{1}{2}ab^2c - 3ab^2c - ab^2c\right) - \left[2abc - \left(\frac{4}{5}abc - \frac{1}{2}abc\right) + \frac{1}{2}abc - abc\right] \\ & \left[\frac{7}{2}ab^2c - \frac{4}{5}abc\right] \end{aligned}$$

Espressioni con moltiplicazioni, addizioni e sottrazioni di monomi

12 ESERCIZIO SVOLTO

$$\left(\frac{1}{2}ab + \frac{1}{3}ab - \frac{1}{6}ab\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}a^2\right) \cdot \left(\frac{5}{6}b^2 - \frac{4}{3}b^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}c^2\right)$$

Sommiamo innanzi tutto i monomi simili all'interno delle parentesi:

$$= \left(+\frac{2}{3}ab\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}a^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}b^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}c^2\right)$$

Il segno del prodotto è +; moltiplicando le parti numeriche troviamo coefficiente 1; per la parte letterale applichiamo le proprietà delle potenze e sommiamo gli esponenti delle lettere uguali:

$$= +a^3b^3c^2$$

$$13 \quad \frac{1}{4}a^2c \cdot \left(\frac{4}{3}ab^2 - \frac{5}{6}ab^2\right) \cdot \frac{4}{3}c^2 \cdot \left(\frac{3}{2}a^2bc - \frac{1}{4}a^2bc\right) \left[\frac{5}{24}a^5c^4b^3\right]$$

$$14 \quad \left(\frac{9}{5}a^2c - a^2c\right) \cdot \left(c^3 - \frac{1}{3}c^3 - \frac{1}{6}c^3\right) \cdot \left(\frac{4}{5}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2 + \frac{1}{5}ab^2\right) \left[\frac{1}{3}a^3b^2c^4\right]$$

$$15 \quad \left(\frac{6}{5}abc - \frac{3}{4}abc + \frac{3}{10}abc\right) \cdot \frac{14}{3}ac^2 \cdot \left(a^2b^2 - \frac{1}{3}a^2b^2 - \frac{1}{6}a^2b^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}a\right) \left[\frac{7}{8}a^5b^3c^3\right]$$

$$16 \quad \left(\frac{12}{5}a^2b^2c - \frac{14}{10}a^2b^2c + 2a^2b^2c\right) \cdot \left(\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2\right) \cdot \left(\frac{16}{3}a^2c - 2a^2c\right) \left[\frac{5}{3}a^5b^4c^2\right]$$

$$17 \quad \left(\frac{1}{2}xy + \frac{7}{3}xy + \frac{1}{6}xy\right) \cdot \frac{1}{5}x^2y \cdot \left(\frac{4}{5}xy^2 - \frac{1}{6}xy^2 + xy^2 - \frac{4}{3}xy^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{9}z^2\right) \left[\frac{1}{5}x^4y^4z^2\right]$$

Potenze di monomi

$$32 \quad \left(+\frac{1}{2}a^2b^3\right)^4 \quad \left(-\frac{3}{5}ax^2\right)^3 \quad (-2b^2xy^3)^4 \quad \left(+\frac{3}{4}a^4b^3\right)^3$$

$$33 \quad \left[\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2\right]^3 \quad [(2ab^3)^3]^2 \quad [(-xyz^2)^3]^3 \quad \left[\left(-\frac{1}{3}a^3bx^4\right)^4\right]^2$$

Espressioni con potenze di monomi

34 ESERCIZIO SVOLTO

$$(2ab^2)^2 + a \cdot (-b^2)^2 \cdot (-a) - \frac{4}{3}a^2b \left(\frac{5}{3}b^3 + \frac{4}{3}b^3\right)$$

Nel primo passaggio calcoliamo le potenze dei monomi indicati ed eseguiamo la somma dei due monomi simili nell'ultima parentesi:

$$4a^2b^4 + a \cdot b^4 \cdot (-a) - \frac{4}{3}a^2b \cdot (+3b^3)$$

Eseguiamo adesso le moltiplicazioni: $4a^2b^4 - a^2b^4 - 4a^2b^4$

Sommiamo i monomi simili ottenuti: $-a^2b^4$

$$35 \quad \left[\left(\frac{1}{4}ab^2\right)^0\right]^3 + (a^2 - \frac{1}{2}a^2) \left(\frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{7}ab^2 - \frac{1}{14}ab^2\right) - 1 \quad \left[\frac{2}{7}a^3b^2\right]$$

$$36 \quad \left(xy^2 + \frac{1}{3}xy^2\right) \left(x + \frac{1}{2}x\right)^2 - x^3 \cdot \left(\frac{3}{5}y - \frac{1}{10}y\right)^2 \quad \left[\frac{11}{4}x^3y^2\right]$$

$$37 \quad \left[\left(\frac{xy}{2}\right)^2\right]^3 + \frac{3}{2}(x^2y)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{4}xy^2\right)^2 \quad \left[\frac{7}{64}x^6y^6\right]$$

$$38 \quad \left(ab^2 - \frac{1}{3}ab^2\right)^2 - \frac{1}{3}ab^2 \cdot \left(\frac{2}{5}ab^2 + \frac{1}{10}ab^2 + \frac{5}{6}ab^2\right) + (a^2b)^3 \quad [a^6b^3]$$

$$39 \quad [(-xy^2z)^3]^2 - (-2x^2y^4z^2)^3 - 3 \cdot (-2x^3y^4z^3)^2 \cdot \left(y^2 - \frac{1}{2}y^2\right)^2 \quad [6x^6y^{12}z^6]$$

Divisione di monomi

44 ESERCIZIO SVOLTO

$$\left(-\frac{4}{5}a^3b^4z^3\right) : \left(+\frac{3}{25}ab^2\right)$$

Il segno del quoziente è $-$; calcoliamo il coefficiente: $\frac{4}{5} : \frac{3}{25} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{3} = \frac{20}{3}$

Calcoliamo la parte letterale applicando le proprietà delle potenze e sottraendo gli esponenti delle lettere uguali: $a^{3-1}b^{4-2}z^{3-0} = a^2b^2z^3$

Il quoziente è quindi $-\frac{20}{3}a^2b^2z^3$

- | | | | |
|----|--|---|---|
| 45 | $(+100a^3b^4c) : (+20a^3b^3c)$ | $\left(+\frac{16}{3}x^5y^5z^3\right) : \left(-\frac{4}{27}x^3y^4z^2\right)$ | $[+5b; -36x^2yz]$ |
| 46 | $\left(-\frac{2}{3}x^2y^3z^7\right) : \left(-\frac{5}{9}x^2y^3z^5\right)$ | $(+x^6y^2z^4) : \left(+\frac{4}{5}x^4yz^3\right)$ | $\left[+\frac{6}{5}z^2; +\frac{5}{4}x^2yz\right]$ |
| 47 | $\left(-\frac{6}{5}x^4y^5z^5\right) : \left(+\frac{3}{10}x^4y^4z^4\right)$ | $\left(-\frac{11}{4}m^6n^5t^4\right) : \left(-\frac{11}{8}m^2n^5t^2\right)$ | $[-4yz; +2m^4t^2]$ |
| 48 | $(+16m^5n^3t^2) : \left(+\frac{8}{3}m^5n^3\right)$ | $\left(-\frac{25}{3}m^6n^6t^5\right) : (-5m^3n^2t^3)$ | $\left[+6t^2; +\frac{5}{3}m^3n^4t^2\right]$ |
| 49 | $\left(-\frac{1}{12}x^3y^3z^9\right) : \left(+\frac{1}{36}x^2yz^8\right)$ | $(+45x^5y^2z) : \left(-\frac{15}{3}x^2yz\right)$ | $[-3xy^2z; -9x^3y]$ |
| 50 | $\left(-\frac{15}{2}m^2n^3t\right) : \left(-\frac{5}{4}m^2n^2t\right)$ | $\left(+\frac{36}{5}m^6n^4t^2\right) : (-12m^5n^3t^2)$ | $\left[+6n; -\frac{3}{5}mn\right]$ |

Come più volte da voi richiesto ho messo anche i risultati, quindi se l'espressione non è corretta..... andate a caccia dell'errore!

Buon Lavoro!