Operazioni con le frazioni	Esempi	note e casi particolari

RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI
 	
Per la **proprietà fondamentale** delle frazioni, moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso numero naturale, diverso da zero, si ottiene una **frazione equivalente** a quella data.
 	
Vedi:
Classe di equivalenza e **frazioni riducibili.**
Procedura di **semplificazione. Criteri di divisibilità**.
Dividere numeratore e denominatore per il loro **MCD** (massimo comune divisore)
La frazione ridotta ai minimi termini è **irriducibile.**
	$\frac{\cancel{36}^{18}}{\cancel{42}_{21}}=\frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{21}_{7}}=\frac{6}{7}$
	
	`-> divido prima per 2 e poi per 3`
	
	`=> oppure subito per 6 che è il`
	$MCD(36;\ 42)=2\cdot3=6$
	$36=2^2\cdot3^2$
	$42=2\cdot3\cdot7$
		Non sempre per l'addizione e la sottrazione occorre ridurre le frazioni:
		es. $\frac{1}{30}+\frac{3}{15}=\frac{1}{30}+\frac{1}{5}=\frac{...+...}{30}$
		non occorre ridurre 3/15 a 1/5
		$\left(\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{15}_{5}}\right)$ essendo il mcd tra i denominatori è evidentemente 30!

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE Si riducono le frazioni ai minimi termini. Si trova il **mcm** dei denominatori: il **minimo comune denominatore** (**mcd**). Dividi il mcd per ciascun denominatore e moltiplica il risultato per ciascun numeratore (*ciò significa applicare la proprietà fondamentale e* ***ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore***). Somma per l'addizione e sottrai per la sottrazione i numeratori risultanti. Vedi: Confronto tra frazioni.	$\frac{3}{6}+\frac{2}{15}-\frac{1}{3}=$ $6=2\cdot3;\quad 15=3\cdot5;\quad 3=3$ $mcd(6;15;3)=2\cdot3\cdot5=30$ $=\frac{5\cdot3+2\cdot2-10\cdot1}{30}=$ $=\frac{15+4-10}{30}=\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{30}_{10}}=\frac{3}{10}$	La somma e la differenza di frazioni con lo stesso denominatore è immediata! Numeri naturali interi è come avessero denominatore 1! La somma di frazioni opposte da come sempre zero!
MOLTIPLICAZIONE Il prodotto si ottiene moltiplicando: - numeratore per numeratore; - denominatore per denominatore In pratica per i calcoli, si esegue , se possibile, la: **SEMPLIFICAZIONE INCROCIATA** (proprietà invariantiva!)	$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{2\cdot5}{3\cdot6}=\frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{18}_{9}}=\frac{5}{9}$ **Allo stesso risultato si perviene semplificando in “croce”!** $\frac{\cancel{2}^{1}}{3}\cdot\frac{5}{\cancel{6}_{3}}=\frac{1\cdot5}{3\cdot3}=\frac{5}{9}$	La moltiplicazione di due frazioni inverse una dell'altra da come risultato l'unità!! Semplificando la moltiplicazione si può procedere indifferentemente sia in croce che con la prorpietà invariantiva, essendo la moltiplicazione commutativa!
DIVISIONE Il quoziente di due numeri razionali (altro nome delle frazioni) si ottiene moltiplicando il primo per l'INVERSO del secondo. In pratica per i calcoli, si esegue , se possibile, la: **SEMPLIFICAZIONE IN LINEA** (proprietà invariantiva!)	$\frac{2}{3}:\frac{6}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{2\cdot5}{3\cdot6}=\frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{18}_{9}}=\frac{5}{9}$ **Allo stesso risultato si perviene semplificando in “linea”!** $\frac{\cancel{2}^{1}}{3}:\frac{\cancel{6}^{3}}{5}=\frac{1\cdot5}{3\cdot3}=\frac{5}{9}$	Il quoziente di frazioni uguali è sempre l'unità! ATTENTI a casi come questo: $1:\frac{6}{5}=\frac{5}{6}$ Questo succede spesso quando si semplifica in linea e non ci si accorge di invertire il risultato se il dividendo è 1!
ELEVAMENTO a POTENZA La potenza si ottiene attribuendo al numeratore e al denominatore l’esponente indicato. **Valgono tutte le proprietà note per le potenze.** $\left(\frac{2}{3}\right)^0=1\qquad\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{2}{3}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(\frac{4}{5}\right)^{3+2}\qquad\left(\frac{4}{5}\right)^3:\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(\frac{4}{5}\right)^{3-2}$ …	$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$ *Essendo* $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$	Presta attenzione alle differenze $\left(\frac{2}{3}\right)^2\neq\frac{2^2}{3}\neq\frac{2}{3^2}$ $\frac{4}{9}\neq\frac{4}{3}\neq\frac{2}{9}$ Anche per la radice quadrata e il logaritmo valgono le stesse regole! $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
Esponente frazionario Le **radici** possono essere espresse in forma di **potenze ad esponente frazionario.**	$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ Esempio $2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ $\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2=3^{\frac{1}{2}\cdot2}=3^1=3$	Considera, infatti, che la radice è l'operazione inversa dell’elevamento a potenza e che si può estendere la proprietà della potenza di potenza agli esponenti frazionari.