SCHEDE DI MATEMATICA • SECONDA MEDIA

Proporzioni

Esercizi con soluzioni

Nove schede graduate, dal rapporto fra due numeri ai problemi con la scala, le dosi, la ripartizione e le percentuali, ognuna con il riquadro IMPARA. Con la tabella da tenere sul banco e le soluzioni. La 2ª D prepara la gita al rifugio e ne costruisce il plastico.

RAPPORTO	PROPORZIONE	TERMINE INCOGNITO	SCALA
6 : 8	2 : 3 = 8 : 12	x : 4 = 9 : 6	1 : 50
$= \frac{3}{4}$	medi ed estremi	$x = 6$	1 cm per 50 cm

Che cosa c'è nel fascicolo

SCHEDE PER LA CLASSE

Le proporzioni in una pagina 2
1. Il rapporto fra due numeri 3
2. Il rapporto fra grandezze 4
3. La proporzione 5
4. Il termine incognito 6–7
5. Proporzione continua 8
6. Invertire e permutare 9–10
7. Comporre e scomporre 11–12
8. Problemi: scala e dosi 13
9. Problemi: ripartizione, % 14

PER L'INSEGNANTE

Soluzioni di tutte le schede 15–16

Le verifiche A e B, con la versione B semplificata, le loro soluzioni e la pagina per l'insegnante sono nel fascicolo «Proporzioni: verifiche».

Le proporzioni in una pagina

Da tenere sul banco

PAROLA	CHE COSA VUOL DIRE	ESEMPIO
rapporto	quoziente fra due numeri, il secondo diverso da zero: $a : b$ oppure $\frac{a}{b}$	$10 : 4 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5$
antecedente e conseguente	il primo e il secondo termine del rapporto	in 10 : 4: 10 e 4
rapporto inverso	si scambiano i due termini	$4 : 10 = \frac{2}{5}$
grandezze omogenee	dello stesso tipo: si scrivono nella stessa unità di misura e il rapporto è un numero puro	50 cm e 2 m: $50 : 200 = \frac{1}{4}$
grandezze non omogenee	di tipo diverso: il rapporto ha una nuova unità di misura	velocità in km/h, prezzo in €/kg, densità in g/cm³
scala	misura sul disegno : misura reale, nella stessa unità	1 : 100: 1 cm sul disegno, 100 cm nella realtà
proporzione	uguaglianza fra due rapporti: a e d sono gli estremi, b e c i medi	$2 : 5 = 4 : 10$
proprietà fondamentale	prodotto dei medi = prodotto degli estremi	$5 \times 4 = 2 \times 10 = 20$
estremo incognito	x = prodotto dei medi : estremo noto	$x : 5 = 4 : 10$ $x = \frac{5 \times 4}{10} = 2$
medio incognito	x = prodotto degli estremi : medio noto	$2 : x = 4 : 10$ $x = \frac{2 \times 10}{4} = 5$
proporzione continua	i medi sono uguali, $a : b = b : c$: b è il medio proporzionale, c il terzo proporzionale	$1 : 3 = 3 : 9$ $3 = \sqrt{1 \times 9}$
quarto proporzionale	dati a, b, c, è il numero x di $a : b = c : x$	dopo 2, 5 e 4 è 10

Le proprietà (partendo da $a : b = c : d$)

invertire: $b : a = d : c$

permutare i medi: $a : c = b : d$; **permutare gli estremi**: $d : b = c : a$

comporre: $(a + b) : a = (c + d) : c$ oppure $(a + b) : b = (c + d) : d$

scomporre (con a maggiore di b): $(a - b) : a = (c - d) : c$ oppure $(a - b) : b = (c - d) : d$

I problemi

dati nella stessa unità di misura; proporzione fra grandezze omogenee, con x al posto del dato che manca; risposta con l'unità di misura

percentuale: parte : totale = percentuale : 100

ripartizione di un numero in parti direttamente proporzionali a 1, 2 e 3: $(x + y + z) : x = (1 + 2 + 3) : 1$, e così per y e per z

Il rapporto fra due numeri

Scheda 1

Nome _____ Data _____

IMPARA

Il **rapporto** fra due numeri è il quoziente della divisione fra il primo e il secondo, che deve essere diverso da zero. Si scrive con i due punti oppure come frazione. Il primo termine si chiama **antecedente**, il secondo **conseguente**. Scambiando i due termini si ottiene il **rapporto inverso**.

- rapporto fra 18 e 24: $18 : 24 = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ (antecedente 18, conseguente 24)
- rapporto inverso: $24 : 18 = \frac{4}{3}$

1 Completa la tabella.

Rapporto	Antecedente	Conseguente	Rapporto inverso
20 : 5			
7 : 21			
16 : 10			

2 Scrivi il rapporto come frazione ridotta ai minimi termini e come numero decimale.

1. $12 : 30 =$ ____ $=$ ____
2. $45 : 20 =$ ____ $=$ ____
3. $50 : 8 =$ ____ $=$ ____

3 Calcola il rapporto e scrivilo come frazione ridotta o come numero intero.

1. $2{,}4 : 0{,}6 =$ ____
2. $1{,}5 : 4{,}5 =$ ____
3. $\frac{3}{4} : \frac{9}{8} =$ ____
4. $\frac{2}{5} : \frac{4}{15} =$ ____

Il rapporto fra grandezze

Scheda 2

Nome _____ Data _____

IMPARA

Due grandezze sono **omogenee** se sono dello stesso tipo, per esempio due lunghezze: si scrivono nella stessa unità di misura e il loro rapporto è un **numero puro**. Il rapporto fra grandezze **non omogenee** ha una nuova unità: velocità (km/h), prezzo al kg (€/kg), densità (g/cm³). La **scala** è il rapporto fra una misura sul disegno e la misura reale, nella stessa unità.

- 60 cm e 2 m: 60 : 200 = $\frac{3}{10}$ 300 km in 2 h: 150 km/h
- scala 1 : 500: 1 cm sul disegno corrisponde a 500 cm nella realtà

1 Le due grandezze sono omogenee? Cerchia sì o no.

1.	18 cm e 3 dm	sì	no	2.	5 kg e 750 g	sì	no
3.	240 km e 3 h	sì	no	4.	45 min e 2 h	sì	no
5.	12 € e 4 kg	sì	no	6.	600 g e 500 cm³	sì	no

2 Scrivi le due grandezze nella stessa unità e calcola il rapporto come frazione ridotta.

1. 40 cm e 1,2 m: ☐
2. 750 g e 2 kg: ☐
3. 35 min e 1 h: ☐
4. 2,5 dm e 50 cm: ☐

3 Calcola il rapporto fra le grandezze non omogenee e scrivi l'unità di misura.

1. Il pullman della gita fa 156 km in 2 h. Velocità media: ☐
2. 3 kg di farina costano 2,70 €. Prezzo al kg: ☐
3. Un sasso di 54 g ha un volume di 20 cm³. Densità: ☐

4 Rispondi. Scrivi l'unità di misura quando serve.

1. In scala 1 : 50 la porta del rifugio è alta 4 cm. Altezza vera: ☐
2. Nel disegno, un'aula lunga 9 m misura 6 cm. Scala del disegno: ☐

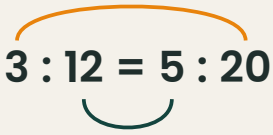
La proporzione

Scheda 3

Nome _____ Data _____

IMPARA

Una **proporzione** è un'uguaglianza fra due rapporti: $a : b = c : d$, che si legge «*a* sta a *b* come *c* sta a *d*». I termini *a* e *d* sono gli **estremi**, *b* e *c* sono i **medi**. **Proprietà fondamentale**: in ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi; così si controlla se quattro numeri, in quell'ordine, formano una proporzione.



estremi: $3 \times 20 = 60$

medi: $12 \times 5 = 60$

1 **Scrivi i medi e gli estremi di ogni proporzione.**

Proporzione	Medi		Estremi	
4 : 10 = 6 : 15				
0,5 : 3 = 2 : 12				

2 **Calcola i due prodotti. Poi scrivi i numeri delle righe che formano una proporzione.**

Numeri	Prodotto dei medi	Prodotto degli estremi
1. 3 : 7 = 9 : 21		
2. 8 : 12 = 10 : 15		
3. 4 : 6 = 10 : 14		
4. 2,5 : 5 = 3 : 6		
5. $\frac{1}{2} : 3 = 2 : 10$		

Formano una proporzione le righe numero _____

3 **Trova le due coppie di rapporti uguali e scrivi le due proporzioni.**

6 : 9 | 20 : 8 | 8 : 12 | 15 : 6

1. _____ 2. _____

Il termine incognito

Scheda 4

Nome _____ Data _____

IMPARA

Quando un termine di una proporzione non si conosce, si indica con x e si trova con la proprietà fondamentale. Se x è un **estremo**, si moltiplicano i medi e si divide per l'estremo noto. Se x è un **medio**, si moltiplicano gli estremi e si divide per il medio noto.

- estremo incognito: $x : 4 = 15 : 12 \qquad x = \frac{4 \times 15}{12} = \frac{60}{12} = 5$
- medio incognito: $9 : x = 6 : 8 \qquad x = \frac{9 \times 8}{6} = \frac{72}{6} = 12$

1 Trova l'estremo incognito.

1. $x : 9 = 8 : 12$

$x =$ ☐

2. $14 : 6 = 21 : x$

$x =$ ☐

3. $x : 25 = 12 : 20$

$x =$ ☐

2 Trova il medio incognito.

1. $10 : x = 25 : 20$

$x =$ ☐

2. $18 : 27 = x : 15$

$x =$ ☐

3. $12 : x = 1{,}5 : 2$

$x =$ ☐

Il termine incognito

Scheda 4

Nome _____ Data _____

3 Trova x: nei termini ci sono numeri decimali e frazioni.

1. $0{,}6 : x = 1{,}5 : 4$

$x =$ ☐

2. $x : \frac{2}{3} = \frac{9}{4} : 3$

$x =$ ☐

3. $\frac{3}{5} : 4 = x : 10$

$x =$ ☐

4 Completa a mente le proporzioni con il numero che manca.

1. $3 : 8 =$ ☐ $: 24$
2. $5 :$ ☐ $= 20 : 28$
3. ☐ $: 6 = 12 : 18$
4. $2 : 9 = 10 :$ ☐

5 Trova x. Prima controlla se conviene semplificare i numeri.

1. $x : 1{,}2 = 2{,}5 : 0{,}4$

$x =$ ☐

2. $\frac{7}{3} : x = \frac{14}{9} : \frac{2}{3}$

$x =$ ☐

Proporzione continua, terzo e quarto proporzionale

Scheda 5

Nome _____ Data _____

IMPARA

Una proporzione è **continua** quando i due medi sono uguali: $a : b = b : c$. Il numero b è il **medio proporzionale** fra a e c: siccome $b \times b = a \times c$, b è la radice quadrata di $a \times c$. Il numero c è il **terzo proporzionale** dopo a e b. Dati tre numeri a, b, c, il **quarto proporzionale** è il numero x della proporzione $a : b = c : x$.

- medio proporzionale fra 4 e 25: $4 : x = x : 25$ $\quad x = \sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = 10$
- terzo proporzionale dopo 2 e 6: $2 : 6 = 6 : x$ $\quad x = \frac{6 \times 6}{2} = 18$

1 Trova il medio proporzionale.

1. $2 : x = x : 18$

$x =$ ☐

2. $3 : x = x : 27$

$x =$ ☐

3. $8 : x = x : 18$

$x =$ ☐

2 Scrivi la proporzione e trova il terzo o il quarto proporzionale.

1. terzo proporzionale dopo 4 e 10

$x =$ ☐

2. terzo proporzionale dopo 9 e 6

$x =$ ☐

3. quarto proporzionale dopo 5, 8 e 15

$x =$ ☐

3 È una proporzione continua? Cerchia sì o no.

1.	$3 : 6 = 6 : 12$	sì	no	2. $4 : 8 = 8 : 12$	sì no
3.	$9 : 12 = 12 : 16$	sì	no	4. $25 : 10 = 10 : 4$	sì no
5.	$2 : 4 = 6 : 12$	sì	no	6. $5 : 10 = 10 : 25$	sì no

Invertire e permutare

Scheda 6

Nome _____ Data _____

IMPARA

Da una proporzione se ne ricavano altre, sempre vere, con le sue **proprietà**. **Invertire**: si scambia ogni antecedente con il suo conseguente. **Permutare**: si scambiano fra loro i due medi oppure i due estremi.

- partenza: $4 : 3 = 8 : 6$
- invertire: $3 : 4 = 6 : 8$ in generale $b : a = d : c$
- permutare i medi: $4 : 8 = 3 : 6$ in generale $a : c = b : d$
- permutare gli estremi: $6 : 3 = 8 : 4$ in generale $d : b = c : a$

1 Applica alla proporzione la proprietà indicata e scrivi la nuova proporzione.

Proporzione di partenza: $5 : 2 = 15 : 6$

1. invertire: _____
2. permutare i medi: _____
3. permutare gli estremi: _____

2 Quale proprietà è stata applicata? Cerchia.

1. $10 : 4 = 15 : 6$ diventa $4 : 10 = 6 : 15$
   invertire | permutare i medi | permutare gli estremi
2. $3 : 9 = 5 : 15$ diventa $15 : 9 = 5 : 3$
   invertire | permutare i medi | permutare gli estremi
3. $2 : 7 = 6 : 21$ diventa $21 : 7 = 6 : 2$
   invertire | permutare i medi | permutare gli estremi
4. $9 : 12 = 6 : 8$ diventa $9 : 6 = 12 : 8$
   invertire | permutare i medi | permutare gli estremi
5. $14 : 8 = 7 : 4$ diventa $8 : 14 = 4 : 7$
   invertire | permutare i medi | permutare gli estremi

Invertire e permutare

Scheda 6

Nome _____ Data _____

3 **Con una proprietà, ricava dalla proporzione una nuova proporzione che cominci con il numero indicato.**

Proporzione di partenza: 12 : 8 = 9 : 6

1. comincia con 8: ____
2. comincia con 6: ____

4 **Ognuno applica una proprietà. L'ha applicata bene? Cerchia sì o no.**

1.	Edoardo inverte 5 : 4 = 10 : 8 e scrive 4 : 5 = 10 : 8.	sì	no
2.	Jacopo inverte 6 : 9 = 8 : 12 e scrive 9 : 6 = 12 : 8.	sì	no
3.	Teodoro permuta i medi di 2 : 3 = 4 : 6 e scrive 3 : 2 = 6 : 4.	sì	no
4.	Ginevra permuta i medi di 6 : 9 = 8 : 12 e scrive 6 : 8 = 9 : 12.	sì	no
5.	Arianna permuta gli estremi di 3 : 5 = 6 : 10 e scrive 10 : 5 = 6 : 3.	sì	no

5 **Scrivi le tre proporzioni che si ricavano con le proprietà.**

Proporzione	Invertire	Permutare i medi	Permutare gli estremi
7 : 2 = 21 : 6			
9 : 15 = 3 : 5			

Comporre e scomporre

Scheda 7

Nome _____ Data _____

IMPARA

Comporre: la somma dei primi due termini sta al primo (o al secondo) come la somma degli altri due sta al terzo (o al quarto).

- $(a + b) : a = (c + d) : c$ oppure $(a + b) : b = (c + d) : d$

Scomporre: lo stesso con la differenza, quando a è maggiore di b (e quindi c è maggiore di d).

- $(a - b) : a = (c - d) : c$ oppure $(a - b) : b = (c - d) : d$

Servono a trovare due numeri di cui si conoscono il rapporto e la somma (comporre) o la differenza (scomporre). Esempio: $x : y = 2 : 3$ e $x + y = 40$.

- $(x + y) : x = (2 + 3) : 2$, cioè $40 : x = 5 : 2$, $x = \frac{40 \times 2}{5} = 16$, $y = 40 - 16 = 24$

1 Completa con le somme e le differenze; poi controlla la nuova proporzione con i prodotti.

1. comporre $4 : 3 = 12 : 9$: $(4 + 3) : 4 = (12 + 9) : 12$

   cioè ☐ : 4 = ☐ : 12

   prodotto dei medi ☐ prodotto degli estremi ☐

2. scomporre $10 : 6 = 15 : 9$: $(10 - 6) : 6 = (15 - 9) : 9$

   cioè ☐ : 6 = ☐ : 9

   prodotto dei medi ☐ prodotto degli estremi ☐

2 Trova i due numeri con il comporre.

1. $x : y = 3 : 4$ e $x + y = 56$

   $x =$ ☐ $y =$ ☐

2. $x : y = 5 : 2$ e $x + y = 63$

   $x =$ ☐ $y =$ ☐

Comporre e scomporre

Scheda 7

Nome _____ Data _____

3 Trova i due numeri con lo scomporre.

1. $x : y = 9 : 5$ e $x - y = 20$

$x =$ ☐ $y =$ ☐

2. $x : y = 7 : 3$ e $x - y = 28$

$x =$ ☐ $y =$ ☐

4 Risolvi i problemi: scegli fra comporre e scomporre.

1. Per il bosco del plastico Ludovica e Teodoro ritagliano 72 alberi fra abeti e faggi: abeti e faggi sono nel rapporto 5 : 3. Quanti sono gli abeti? E i faggi?

Risposta _____

2. Sul plastico le casette con il tetto rosso sono 12 più di quelle con il tetto grigio, e i due numeri sono nel rapporto 7 : 4. Quante sono le casette di ogni tipo?

Risposta _____

Problemi: scala, ricette e dosi

Scheda 8

Nome _____ Data _____

IMPARA

Per risolvere un problema con una proporzione: 1) scrivi i dati nella stessa unità di misura; 2) scrivi la proporzione fra grandezze omogenee, con x al posto del dato che manca; 3) trova x e scrivi la risposta con l'unità di misura.

- 4 pizze, 600 g di farina; 6 pizze: $4 : 6 = 600 : x$ $\quad x = \frac{6 \times 600}{4} = 900$ g

1 Risolvi i problemi sulle dosi.

1. Per la festa di fine quadrimestre la nonna di Arianna fa una crostata: la ricetta per 6 persone chiede 250 g di farina. Quanta farina serve per 15 persone?

Risposta _____

2. Con 3 uova Edoardo prepara un impasto di frittelle che basta per 8 persone. Per quante persone basta l'impasto fatto con 9 uova?

Risposta _____

2 Risolvi i problemi con la scala.

1. La facciata del rifugio è lunga 18 m. Quanti centimetri sarà lunga nel plastico, in scala 1 : 120?

Risposta _____

2. Sulla carta dei sentieri in scala 1 : 20 000 il percorso dal parcheggio al rifugio misura 13,5 cm. Quanti km è lungo davvero?

Risposta _____

Problemi: ripartizione e percentuali

Scheda 9

Nome _____ Data _____

IMPARA

Ripartire un numero in parti **direttamente proporzionali** a 2, 3 e 5 vuol dire dividerlo in tre parti x, y, z con $x : 2 = y : 3 = z : 5$. Con il comporre: $(x + y + z) : x = (2 + 3 + 5) : 2$, e così per y e per z. **Percentuale**: la parte sta al totale come la percentuale sta a 100.

- il 30% di 90 €: $x : 90 = 30 : 100$ $\quad x = \frac{90 \times 30}{100} = 27$ €

1 Risolvi i problemi di ripartizione.

1. Il pullman della gita costa 960 € e lo pagano due classi in parti direttamente proporzionali agli alunni: la 2ª D ne ha 24, la 2ª E 16. Quanto paga ogni classe?

Risposta _____

2. Per il plastico servono 180 alberelli. Ludovica, Teodoro e Ginevra se li dividono in parti direttamente proporzionali alle loro ore libere: 4, 5 e 6. Quanti ne fa ognuno?

Risposta _____

2 Risolvi i problemi con le percentuali.

1. Sul plastico ci sono 40 lampioni e Jacopo ne ha già dipinti 14. Che percentuale dei lampioni ha dipinto?

Risposta _____

2. In cartoleria c'è lo sconto del 15% su colla e cartoncini: Arianna risparmia 4,80 €. Quanto avrebbe speso senza sconto?

Risposta _____

Soluzioni

Per l'insegnante

Scheda 1 – Il rapporto fra due numeri

1. 20 : 5, antecedente 20, conseguente 5, inverso $5 : 20 = \frac{1}{4}$; 7 : 21, antecedente 7, conseguente 21, inverso $21 : 7 = 3$; 16 : 10, antecedente 16, conseguente 10, inverso $10 : 16 = \frac{5}{8}$.

2. 1. $12 : 30 = \frac{2}{5} = 0{,}4$; 2. $45 : 20 = \frac{9}{4} = 2{,}25$; 3. $50 : 8 = \frac{25}{4} = 6{,}25$.

3. 1. $2{,}4 : 0{,}6 = 4$; 2. $1{,}5 : 4{,}5 = \frac{1}{3}$; 3. $\frac{3}{4} : \frac{9}{8} = \frac{2}{3}$; 4. $\frac{2}{5} : \frac{4}{15} = \frac{3}{2}$.

Scheda 2 – Il rapporto fra grandezze

1. 1. sì; 2. sì; 3. no; 4. sì; 5. no; 6. no.

2. 1. 40 cm : 120 cm = $\frac{1}{3}$; 2. 750 g : 2000 g = $\frac{3}{8}$; 3. 35 min : 60 min = $\frac{7}{12}$; 4. 25 cm : 50 cm = $\frac{1}{2}$.

3. 1. 78 km/h; 2. 0,90 €/kg; 3. 2,7 g/cm³.

4. 1. 2 m; 2. 1 : 150.

Scheda 3 – La proporzione

1. $4 : 10 = 6 : 15$, medi 10 e 6, estremi 4 e 15; $0{,}5 : 3 = 2 : 12$, medi 3 e 2, estremi 0,5 e 12.

2. $3 : 7 = 9 : 21$, prodotti 63 e 63; $8 : 12 = 10 : 15$, prodotti 120 e 120; $4 : 6 = 10 : 14$, prodotti 60 e 56; $2{,}5 : 5 = 3 : 6$, prodotti 15 e 15; $\frac{1}{2} : 3 = 2 : 10$, prodotti 6 e 5; formano una proporzione le righe 1, 2, 4.

3. $6 : 9 = 8 : 12$ e $20 : 8 = 15 : 6$ (vanno bene anche con i due rapporti scambiati).

Scheda 4 – Il termine incognito

1. 1. $x = \frac{9 \times 8}{12} = \frac{72}{12} = 6$; 2. $x = \frac{6 \times 21}{14} = \frac{126}{14} = 9$; 3. $x = \frac{25 \times 12}{20} = \frac{300}{20} = 15$.

2. 1. $x = \frac{10 \times 20}{25} = \frac{200}{25} = 8$; 2. $x = \frac{18 \times 15}{27} = \frac{270}{27} = 10$; 3. $x = \frac{12 \times 2}{1{,}5} = \frac{24}{1{,}5} = 16$.

3. 1. $x = \frac{0{,}6 \times 4}{1{,}5} = \frac{2{,}4}{1{,}5} = 1{,}6$; 2. $x = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} : 3 = \frac{3}{2} : 3 = \frac{1}{2}$; 3. $x = \frac{3}{5} \times 10 : 4 = 6 : 4 = \frac{3}{2}$.

4. 1. $3 : 8 = 9 : 24$; 2. $5 : 7 = 20 : 28$; 3. $4 : 6 = 12 : 18$; 4. $2 : 9 = 10 : 45$.

5. 1. $x = \frac{1{,}2 \times 2{,}5}{0{,}4} = \frac{3}{0{,}4} = 7{,}5$; 2. $x = \frac{7}{3} \times \frac{2}{3} : \frac{14}{9} = \frac{14}{9} : \frac{14}{9} = 1$.

Scheda 5 – Proporzione continua, terzo e quarto proporzionale

1. 1. $x = \sqrt{2 \times 18} = \sqrt{36} = 6$; 2. $x = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$; 3. $x = \sqrt{8 \times 18} = \sqrt{144} = 12$.

2. 1. $4 : 10 = 10 : x \quad x = \frac{10 \times 10}{4} = \frac{100}{4} = 25$; 2. $9 : 6 = 6 : x \quad x = \frac{6 \times 6}{9} = \frac{36}{9} = 4$; 3. $5 : 8 = 15 : x \quad x = \frac{8 \times 15}{5} = \frac{120}{5} = 24$.

3. 1. sì; 2. no; 3. sì; 4. sì; 5. no; 6. no.

Scheda 6 – Invertire e permutare

1. 1. $2 : 5 = 6 : 15$; 2. $5 : 15 = 2 : 6$; 3. $6 : 2 = 15 : 5$.

2. 1. invertire; 2. permutare gli estremi; 3. permutare gli estremi; 4. permutare i medi; 5. invertire.

3. 1. $8 : 12 = 6 : 9$ (invertire); 2. $6 : 8 = 9 : 12$ (permutare gli estremi).

4. 1. no; 2. sì; 3. no; 4. sì; 5. sì.

5. da $7 : 2 = 21 : 6$ si ottengono $2 : 7 = 6 : 21$, $7 : 21 = 2 : 6$ e $6 : 2 = 21 : 7$; da $9 : 15 = 3 : 5$ si ottengono $15 : 9 = 5 : 3$, $9 : 3 = 15 : 5$ e $5 : 15 = 3 : 9$.

Soluzioni

Per l'insegnante

Scheda 7 – Comporre e scomporre

1. 1. $7 : 4 = 21 : 12$ (prodotti 84 e 84); 2. $4 : 6 = 6 : 9$ (prodotti 36 e 36).

2. 1. $(x + y) : x = (3 + 4) : 3$, cioè $56 : x = 7 : 3$, $x = \frac{56 \times 3}{7} = 24$, $y = 56 - 24 = 32$;

2. $(x + y) : x = (5 + 2) : 5$, cioè $63 : x = 7 : 5$, $x = \frac{63 \times 5}{7} = 45$, $y = 63 - 45 = 18$.

3. 1. $(x - y) : x = (9 - 5) : 9$, cioè $20 : x = 4 : 9$, $x = \frac{20 \times 9}{4} = 45$, $y = 45 - 20 = 25$;

2. $(x - y) : x = (7 - 3) : 7$, cioè $28 : x = 4 : 7$, $x = \frac{28 \times 7}{4} = 49$, $y = 49 - 28 = 21$.

4. 1) $(x + y) : x = (5 + 3) : 5$, cioè $72 : x = 8 : 5$, $x = \frac{72 \times 5}{8} = \frac{360}{8} = 45$; risposta: 45 abeti e 27 faggi.

2) $(x - y) : x = (7 - 4) : 7$, cioè $12 : x = 3 : 7$, $x = \frac{12 \times 7}{3} = \frac{84}{3} = 28$; risposta: 28 casette con il tetto rosso e 16 con il tetto grigio.

Scheda 8 – Problemi: scala, ricette e dosi

1. 1) $6 : 15 = 250 : x$, $x = \frac{15 \times 250}{6} = \frac{3750}{6} = 625$ g; risposta: 625 g di farina.

2) $3 : 9 = 8 : x$, $x = \frac{9 \times 8}{3} = \frac{72}{3} = 24$; risposta: 24 persone.

2. 1) $1 : 120 = x : 1800$, $x = \frac{1 \times 1800}{120} = \frac{1800}{120} = 15$ cm; risposta: 15 cm.

2) $1 : 20\,000 = 13{,}5 : x$, $x = 20\,000 \times 13{,}5 = 270\,000$ cm; risposta: 2,7 km.

Scheda 9 – Problemi: ripartizione e percentuali

1. 1) $(x + y) : x = (24 + 16) : 24$, cioè $960 : x = 40 : 24$, $x = \frac{960 \times 24}{40} = \frac{23\,040}{40} = 576$; risposta: 576 € la 2ª D e 384 € la 2ª E.

2) $(x + y + z) : x = (4 + 5 + 6) : 4$, cioè $180 : x = 15 : 4$, $x = \frac{180 \times 4}{15} = \frac{720}{15} = 48$; risposta: 48 Ludovica, 60 Teodoro e 72 Ginevra.

2. 1) $14 : 40 = x : 100$, $x = \frac{14 \times 100}{40} = \frac{1400}{40} = 35$; risposta: il 35%.

2) $4{,}80 : x = 15 : 100$, $x = \frac{4{,}80 \times 100}{15} = \frac{480}{15} = 32$; risposta: 32 €.

PER L'INSEGNANTE

Ordine consigliato: schede 1–4, verifica A, schede 5–9, verifica B. Le verifiche, con la versione B semplificata, le loro soluzioni e la tabella dal punteggio al voto, sono nel fascicolo «Proporzioni: verifiche». La tabella di pagina 2 si legge insieme all'inizio e resta sul banco. La proporzionalità diretta e inversa è nella scheda 5 del fascicolo «Esercizi di matematica seconda media». **DSA e BES:** gli adattamenti (consegne lette ad alta voce, più tempo, tabella e tavola pitagorica sul banco, calcolatrice, versione B, meno esercizi, come previsto dal PDP o dal PEI) sono descritti nella pagina «Come usare le verifiche».